

Bernhard Heck

Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung

Klassische und moderne Methoden

2., durchgesehene und verbesserte Auflage



WICHMANN

I N H A L T

Seite

TEIL I: ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

1

1	Einführung	1
1.1	Erdfigur und Schwerefeld	1
1.2	Bezugsflächen der Geodäsie	6
1.3	Aufgaben der Landesvermessung	16
1.4	Aufbau der klassischen Landesvermessungen	20
1.5	Auswirkungen moderner Meß- und Auswerteverfahren auf die Grundlagenvermessung	27
2	Koordinatensysteme	32
2.1	Das globale geozentrische Koordinatensystem und die astronomischen Koordinaten	32
2.2	Lokale astronomische Koordinatensysteme	35
2.3	Transformation zwischen dem globalen geozentrischen System und den lokalen astronomischen Systemen	37
2.4	Konventionelle geodätische Koordinatensysteme	40
2.5	Lokale ellipsoidische Koordinatensysteme	43
2.6	Transformation zwischen dem globalen geodätischen System und den lokalen ellipsoidischen Systemen	46
2.7	Transformation zwischen dem globalen geozentrischen und einem konventionellen geodätischen Koordinatensystem	47
2.8	Transformation zwischen dem lokalen astronomischen und dem lokalen ellipsoidischen Koordinatensystem	51
2.9	Transformation zwischen den natürlichen Koordinaten ϕ, Λ, W und den ellipsoidischen Koordinaten ϕ, λ, h	58
3	Das krummlinige ellipsoidische (ϕ, λ, h)-System	62
3.1	Geometrische Parameter des Rotationsellipsoids	62
3.2	Parameterdarstellungen der Meridianellipse	65
3.3	Beziehungen zwischen geographischer, reduzierter und geozentrischer Breite	70
3.4	Parameterdarstellungen des Rotationsellipsoids	72
3.5	Transformation zwischen dem kartesischen x_i -System und den krummlinigen ellipsoidischen Koordinaten ϕ, λ, h	74
3.6	Ellipsoidübergänge	78
4	Mathematische Modelle und Beobachtungsgleichungen	83
4.1	Grundlagen der geodätischen Modellbildung	84
4.2	Die Beobachtungsgleichungen der geometrischen Observablen	90
4.3	Die Beobachtungsgleichungen der dynamischen Observablen	97
4.4	Linearisierung der Beobachtungsgleichungen	99
4.5	Die Festlegung des geodätischen Datums	108
4.6	Getrennte Modellbildung für Lage und Höhe	115

TEIL II: ZWEIDIMENSIONALE MODELLE DER LAGEBESTIMMUNG AUF DER KUGEL- UND ELLIPSOIDFLÄCHE
--

120

5	Die Kugel als Referenzfläche der Lagebestimmung	120
5.1	Differentialgeometrische Eigenschaften der Kugelfläche	120
5.2	Berechnung sphärischer Dreiecke	123
5.3	Parametersysteme auf der Kugel	127
5.3.1	Sphärische geographische Koordinaten	127
5.3.2	Sphärische Polarkoordinaten	130
5.3.3	Sphärische Parallelkoordinaten	131
5.3.4	Isotherme sphärische Koordinaten	135
5.4	Transformationen zwischen sphärischen Flächenkoordinaten	139
5.4.1	Vorbemerkungen	139
5.4.2	Transformation zwischen geographischen Koordinaten und Polarkoordinaten	139
5.4.3	Transformation zwischen geographischen Koordinaten und Parallelkoordinaten	142
5.4.4	Transformation zwischen Parallelkoordinaten und sphärischen Polarkoordinaten	144
5.4.5	Transformationen zwischen isothermen Koordinaten und anderen Flächenparametern	149
5.4.6	Zusammenhänge mit der Theorie der Kartenprojektionen	160
5.5	Reduktion der Meßdaten auf das sphärische Modell	163
6	Flächenkurven und Parametersysteme auf dem Rotationsellipsoid	166
6.1	Differentialgeometrische Eigenschaften der Ellipsoidfläche	167
6.2	Mathematische Darstellungen des Rotationsellipsoids	170
6.3	Flächenkurven auf dem Ellipsoid	176
6.3.1	Ellipsoidische Normalschnitte	176
6.3.2	Geodätische Linien	181
6.3.3	Beziehungen zwischen Normalschnittbögen und geodätischen Linien	186
6.3.4	Andere Verbindungslinien	190
6.4	Parametersysteme auf dem Rotationsellipsoid	191
6.4.1	Geographische Koordinaten	191
6.4.2	Geodätische Polarkoordinaten	194
6.4.3	Geodätische Parallelkoordinaten	196
6.4.4	Isotherme Flächenkoordinaten	201
6.5	Approximation durch sphärische Beziehungen	208
6.6	Berechnung ellipsoidischer Dreiecke	213
7	Transformationen zwischen ellipsoidischen Flächenkoordinaten	215
7.1	Die Legendreschen Reihen	216
7.2	Transformationen zwischen geographischen Koordinaten und geodätischen Polarkoordinaten	225
7.2.1	Überblick über die Methoden zur Lösung der geodätischen Hauptaufgaben	225
7.2.2	Die Berechnung von Meridianbögen	229

7.2.3	Lösungen der geodätischen Hauptaufgaben mittels Legendrescher Reihen	234
7.2.4	Lösungen der geodätischen Hauptaufgaben durch Integration elliptischer Integrale	241
7.2.5	Lösungen auf der Grundlage von Sehnen und Normalschnitten	250
7.3	Transformationen zwischen geodätischen Parallelkoordinaten und anderen Flächenkoordinaten	252
7.3.1	Beziehungen zwischen geodätischen Parallelkoordinaten und geographischen Koordinaten	252
7.3.2	Beziehungen zwischen geodätischen Parallel- und Polarkoordinaten	255
7.3.3	Transformation zwischen benachbarten Parallelkoordinatensystemen	256
7.4	Transformationen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und anderen Flächenkoordinaten	256
7.4.1	Beziehungen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und geographischen Koordinaten	256
7.4.2	Beziehungen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und geodätischen Parallelkoordinaten	263
7.4.3	Beziehungen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und geodätischen Polarkoordinaten	266
7.4.4	Transformationen zwischen zwei Gaußschen isothermen Koordinatensystemen	269
7.5	Zusammenhänge mit der Theorie der Kartenprojektionen	273
	 Bemerkungen zur praktischen Anwendung in der Landesvermessung	274
.1	Flächenkoordinatensysteme in der Praxis der Landesvermessung	275
8.1.1	Sphärische und ellipsoidische Referenzflächen	275
8.1.2	Geodätische Polarkoordinaten und Sehnenpolarkoordinaten	277
8.1.3	Geographische Koordinaten	278
8.1.4	Geodätische Parallelkoordinaten	280
8.1.5	Gaußsche isotherme Koordinaten	281
.2	Rechentechnische Gesichtspunkte	284
8.2.1	Rechenverfahren und Rechenhilfsmittel	284
8.2.2	Berechnung von Dreiecksnetzen	286
3	Transformation ungleichartiger Koordinaten	289
	 III: EINDIMENSIONALE MODELLE DER HÖHENBESTIMMUNG	292
	 potentialtheoretisch definierte Höhensysteme	292
!	Das geometrische Nivellement	293
!	Geopotentielle Knoten und dynamische Höhen	296
!	Aktuelles und normales Schwerefeld	298
	 Metrische Höhensysteme	302
9.4.1	Orthometrische Höhen	302
9.4.2	Normalhöhen	305
9.4.3	Normal-orthometrische Höhen	309
	Vergleich der Höhensysteme	311
	Höhensysteme und Höhenfestpunktfelder in der Praxis	313

7.2.3	Lösungen der geodätischen Hauptaufgaben mittels Legendrescher Reihen	234
7.2.4	Lösungen der geodätischen Hauptaufgaben durch Integration elliptischer Integrale	241
7.2.5	Lösungen auf der Grundlage von Sehnen und Normalschnitten	250
7.3	Transformationen zwischen geodätischen Parallelkoordinaten und anderen Flächenkoordinaten	252
7.3.1	Beziehungen zwischen geodätischen Parallelkoordinaten und geographischen Koordinaten	252
7.3.2	Beziehungen zwischen geodätischen Parallel- und Polarkoordinaten	255
7.3.3	Transformation zwischen benachbarten Parallelkoordinatensystemen	256
7.4	Transformationen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und anderen Flächenkoordinaten	256
7.4.1	Beziehungen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und geographischen Koordinaten	256
7.4.2	Beziehungen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und geodätischen Parallelkoordinaten	263
7.4.3	Beziehungen zwischen Gaußschen isothermen Koordinaten und geodätischen Polarkoordinaten	266
7.4.4	Transformationen zwischen zwei Gaußschen isothermen Koordinatensystemen	269
7.5	Zusammenhänge mit der Theorie der Kartenprojektionen	273
8	Bemerkungen zur praktischen Anwendung in der Landesvermessung	274
8.1	Flächenkoordinatensysteme in der Praxis der Landesvermessung	275
8.1.1	Sphärische und ellipsoidische Referenzflächen	275
8.1.2	Geodätische Polarkoordinaten und Sehnenpolarkoordinaten	277
8.1.3	Geographische Koordinaten	278
8.1.4	Geodätische Parallelkoordinaten	280
8.1.5	Gaußsche isotherme Koordinaten	281
8.2	Rechentechnische Gesichtspunkte	284
8.2.1	Rechenverfahren und Rechenhilfsmittel	284
8.2.2	Berechnung von Dreiecksnetzen	286
8.3	Transformation ungleichartiger Koordinaten	289
TEIL III: EINDIMENSIONALE MODELLE DER HÖHENBESTIMMUNG		292
9	Potentialtheoretisch definierte Höhensysteme	292
9.1	Das geometrische Nivellement	293
9.2	Geopotentielle Koten und dynamische Höhen	296
9.3	Aktuelles und normales Schwerfeld	298
9.4	Metrische Höhensysteme	302
9.4.1	Orthometrische Höhen	302
9.4.2	Normalhöhen	305
9.4.3	Normal-orthometrische Höhen	309
9.5	Vergleich der Höhensysteme	311
9.6	Höhensysteme und Höhenfestpunktfelder in der Praxis	313

10	Ellipsoidische Höhen	316
10.1	Trigonometrisch bestimmte Höhen	316
10.2	Das geometrisch-astronomische Nivellement	320
10.3	Ellipsoidische Höhen aus dreidimensionalen Verfahren	322
10.4	Synthetische Methoden	323

TEIL IV: DREIDIMENSIONALE UND INTEGRIERTE MODELLE DER POSITIONSBESTIMMUNG	325
--	-----

11	Geometrische Modelle der dreidimensionalen Geodäsie	325
11.1	Überblick über die historische Entwicklung der dreidimensionalen Geodäsie	326
11.2	Modelle auf der Grundlage von geometrischen Observablen	328
11.3	Dreidimensionale Modelle mit Restriktionen	333
11.4	Iterative Behandlung des Lage- und Höhenproblems	339
11.5	Kombination von terrestrischen Netzen und Satellitennetzen	343
11.6	Die praktische Bedeutung der dreidimensionalen geometrischen Modellbildung	349
12	Integrierte Modelle	350
12.1	Das Prinzip der integrierten Modellbildung	351
12.2	Besonderheiten der integrierten Modelle	356
12.2.1	Orthometrische Höhen als Observable	356
12.2.2	Approximation des Schwerefeldes durch ein funktionales Modell	357
12.2.3	Deterministische Interpretation der Funktionale des Störpotentials	357
12.2.4	Anwendung der Kollokation	360
12.3	Beurteilung der integrierten Modellbildungen	361

ANHANG: MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	363
---	-----

A	Ebene und sphärische Trigonometrie	363
A.1	Trigonometrische und hyperbolische Funktionen	363
A.2	Ebene Trigonometrie	367
A.3	Sphärische Trigonometrie	368
A.4	Die Sätze von Soldner und Legendre	371
B	Euklidische Räume und Koordinatentransformation	372
B.1	Reelle Vektorräume	373
B.2	Der euklidische Punktraum	374
B.3	Koordinatentransformationen im E^3	377

C Grundlagen aus der reellen Analysis	382
C.1 Unendliche Reihen	382
C.2 Der Taylorsche Satz und die Taylorsche Entwicklung	385
C.3 Potenzreihen	388
C.4 Integration und elliptische Integrale	393
C.5 Funktionen von zwei Veränderlichen	396
C.6 Differentialgleichungen und Differentialgleichungssysteme	401
D Grundlagen aus der Differentialgeometrie	405
D.1 Metrik von Kurven und Flächen	405
D.2 Ableitungsgleichungen	413
D.3 Die Krümmungen einer Fläche	416
D.4 Geodätische Linien	420
D.5 Orthogonale Parametersysteme	422
D.6 Geodätische Flächenkoordinaten	424
D.7 Isotherme Flächenkoordinaten	426
D.8 Drehflächen	431
E Komplexe Zahlen und Grundlagen aus der Funktionentheorie	437
E.1 Komplexe Zahlen	437
E.2 Funktionen komplexer Variabler	439
E.3 Potenzreihen im Komplexen	441
LITERATUR	444
SYMBOLVERZEICHNIS	456
NAMEN- UND SACHVERZEICHNIS	461