

# Contents of volume I

|                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Ernst Zermelo: A glance at his life and work,<br>by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... | 3   |
| Zermelo's <i>curriculum vitae</i> , by Heinz-Dieter Ebbinghaus .....              | 42  |
| <i>Zermelo 1901</i>                                                               |     |
| <i>Introductory note to 1901</i> , by Oliver Deiser .....                         | 52  |
| Ueber die Addition transfiniter Cardinalzahlen .....                              | 70  |
| On the addition of transfinite cardinal numbers .....                             | 71  |
| <i>Zermelo 1904</i>                                                               |     |
| <i>Introductory note to 1904 and 1908a</i> , by Michael Hallett .....             | 80  |
| Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann .....                             | 114 |
| Proof that every set can be well-ordered .....                                    | 115 |
| <i>Zermelo 1908a</i>                                                              |     |
| Introductory note: see under <i>Zermelo 1904</i>                                  |     |
| Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung .....                          | 120 |
| A new proof of the possibility of a well-ordering .....                           | 121 |
| <i>Zermelo 1908b</i>                                                              |     |
| <i>Introductory note to 1908b</i> , by Ulrich Felgner .....                       | 160 |
| Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I .....                        | 188 |
| Investigations in the foundations of set theory I .....                           | 189 |
| <i>Zermelo 1909a</i>                                                              |     |
| <i>Introductory note to 1909a and 1909b</i> , by Charles D. Parsons .....         | 230 |
| Sur les ensembles finis et le principe de l'induction complète .....              | 236 |
| On finite sets and the principle of mathematical induction .....                  | 237 |
| <i>Zermelo 1909b</i>                                                              |     |
| Introductory note: see under <i>Zermelo 1909a</i>                                 |     |
| Ueber die Grundlagen der Arithmetik .....                                         | 252 |
| On the foundations of arithmetic .....                                            | 253 |
| <i>Zermelo 1913</i>                                                               |     |
| <i>Introductory note to 1913 and D. König 1927b</i> , by Paul B. Larson ..        | 260 |
| Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des<br>Schachspiels .....     | 266 |
| On an application of set theory to the theory of the game of chess ..             | 267 |
| <i>Zermelo 1914</i>                                                               |     |
| <i>Introductory note to 1914</i> , by Ulrich Felgner .....                        | 274 |
| Über ganze transzendente Zahlen .....                                             | 278 |
| On integral transcendental numbers .....                                          | 279 |
| <i>Landau 1917b</i>                                                               |     |
| <i>Introductory note to Landau 1917b</i> , by Heinz-Dieter Ebbinghaus ....        | 296 |
| Abschnitt 3 .....                                                                 | 298 |
| Section 3 .....                                                                   | 299 |

*Zermelo s1921*

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1921</i> , by R. Gregory Taylor ..... | 302 |
| Thesen über das Unendliche in der Mathematik .....             | 306 |
| Theses concerning the infinite in mathematics .....            | 307 |

*Zermelo 1927*

|                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to 1927</i> , by Jürgen Elstrodt ..... | 308 |
| Über das Maß und die Diskrepanz von Punktmengen .....       | 312 |
| On the measure and the discrepancy of point sets .....      | 313 |

*D. König 1927b*

|                                                  |     |
|--------------------------------------------------|-----|
| Introductory note: see under <i>Zermelo 1913</i> |     |
| Zusatz zu §5 .....                               | 348 |
| Addition to §5 .....                             | 349 |

*Zermelo 1929a*

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to 1929a</i> , by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... | 352 |
| Über den Begriff der Definitheit in der Axiomatik .....              | 358 |
| On the concept of definiteness in axiomatics .....                   | 359 |

*Zermelo s1929b*

|                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1929b and 1930b</i> ,<br>by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... | 368 |
| Vortrags-Themata für Warschau 1929 .....                                           | 374 |
| Lecture topics for Warsaw 1929 .....                                               | 375 |

*Zermelo 1930a*

|                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to 1930a</i> , by Akihiro Kanamori .....                                         | 390 |
| Über Grenzzahlen und Mengenbereiche. Neue Untersuchungen<br>über die Grundlagen der Mengenlehre ..... | 400 |
| On boundary numbers and domains of sets. New investigations<br>in the foundations of set theory ..... | 401 |

*Zermelo 1930b*

|                                                          |     |
|----------------------------------------------------------|-----|
| Introductory note: see under <i>Zermelo s1929b</i>       |     |
| Über die logische Form der mathematischen Theorien ..... | 430 |
| On the logical form of mathematical theories .....       | 431 |

*Zermelo s1930d*

|                                                                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1930d</i> , by Akihiro Kanamori .....                                                                          | 432 |
| Bericht an die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft über<br>meine Forschungen betreffend die <i>Grundlagen der Mathematik</i> ... | 434 |
| <i>Report to the Emergency Association of German Science</i><br>about my research concerning the <i>foundations of mathematics</i> ...  | 435 |

*Zermelo s1930e*

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1930e</i> , by Akihiro Kanamori ..... | 444 |
| Über das mengentheoretische Modell .....                       | 446 |
| On the set-theoretic model .....                               | 447 |

*Zermelo 1930f*

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to 1930f</i> , by Albert Henrichs .....          | 454 |
| Aus Homers <i>Odyssee</i> .....                                       | 462 |
| From Homer's <i>Odyssey</i> .....                                     | 463 |
| Appendix: Zermelo's translation of Book V of the <i>Odyssey</i> ..... | 468 |

*Zermelo s1931b*

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1931b, s1931c, Gödel 1931b, and s1931d</i> ,<br>by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... | 482 |
| Brief an Kurt Gödel vom 21. September 1931 .....                                                          | 486 |
| Letter to Kurt Gödel of 21 September 1931 .....                                                           | 487 |

*Zermelo s1931c*

|                                                            |     |
|------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note</i> : see under <i>Zermelo s1931b</i> |     |
| Brief an Reinhold Baer vom 7. Oktober 1931 .....           | 490 |
| Letter to Reinhold Baer of 7 October 1931 .....            | 491 |

*Gödel 1931b*

|                                                            |     |
|------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note</i> : see under <i>Zermelo s1931b</i> |     |
| Brief an Ernst Zermelo vom 12. Oktober 1931 .....          | 492 |
| Letter to Ernst Zermelo of 12 October 1931 .....           | 493 |

*Zermelo s1931d*

|                                                            |     |
|------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note</i> : see under <i>Zermelo s1931b</i> |     |
| Brief an Kurt Gödel vom 29. Oktober 1931 .....             | 500 |
| Letter to Kurt Gödel of 29 October 1931 .....              | 501 |

*Zermelo s1931e*

|                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1931e and s1933b</i> , by Akihiro Kanamori ..... | 502 |
| Sieben Noten über Ordinalzahlen und große Kardinalzahlen .....            | 504 |
| Seven notes on ordinal numbers and large cardinals .....                  | 505 |

*Zermelo s1931f*

|                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1931f and s1932d</i> ,<br>by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... | 516 |
| Sätze über <i>geschlossene Bereiche</i> .....                                       | 520 |
| Theorems on <i>closed domains</i> .....                                             | 521 |

*Zermelo s1931g*

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to s1931g</i> , by R. Gregory Taylor ..... | 524 |
| Allgemeine Theorie der mathematischen Systeme .....             | 528 |
| General theory of mathematical systems .....                    | 529 |

*Zermelo 1932a*

|                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Introductory note to 1932a, 1932b, and 1935</i> ,<br>by R. Gregory Taylor ..... | 532 |
| Über Stufen der Quantifikation und die Logik des Unendlichen .....                 | 542 |
| On levels of quantification and the logic of the infinite .....                    | 543 |

# *Zermelo 1932b*

Introductory note: see under *Zermelo 1932a*

Über mathematische Systeme und die Logik des Unendlichen ..... 550

On mathematical systems and the logic of the infinite ..... 551

# *Zermelo 1932c*

*Introductory note to 1932c*, by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... 556

Vorwort zu *Cantor 1932* ..... 560

Preface to *Cantor 1932* ..... 561

# *Zermelo s1932d*

Introductory note: see under *Zermelo s1931f*

Mengenlehre 1932 ..... 564

Set theory 1932 ..... 565

# *Zermelo s1933b*

Introductory note: see under *Zermelo s1931e*

Die unbegrenzte Zahlenreihe und die exorbitanten Zahlen ..... 572

The unlimited number series and the exorbitant numbers ..... 573

# *Zermelo 1934*

*Introductory note to 1934*, by Dieter Wolke ..... 574

Elementare Betrachtungen zur Theorie der Primzahlen ..... 576

Elementary considerations concerning the theory of  
prime numbers ..... 577

# *Zermelo 1935*

Introductory note: see under *Zermelo 1932a*

Grundlagen einer allgemeinen Theorie der mathematischen

Satzsysteme (Erste Mitteilung) ..... 582

Foundations of a general theory of the mathematical

propositional systems (First notice) ..... 583

# *Zermelo s1937*

*Introductory note to s1937*, by Dirk van Dalen ..... 600

Der Relativismus in der Mengenlehre und der sogenannte

Skolemsche Satz ..... 602

Relativism in set theory and the so-called Skolem theorem ..... 603

# *Zermelo s1941*

*Introductory note to s1941*, by Heinz-Dieter Ebbinghaus ..... 606

Brief an Paul Bernays vom 1. October 1941 ..... 608

Letter to Paul Bernays of 1 October 1941 ..... 609

Bibliography ..... 611

Index ..... 645

## Contents of volume II

*Zermelo's curriculum vitae*

*Zermelo 1894*

*Untersuchungen zur Variations-Rechnung*  
*Investigations in the calculus of variations*

*Zermelo 1896a*

Ueber einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie  
On a theorem of dynamics and the mechanical heat theory

*Boltzmann 1896*

Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen  
des Hrn. E. Zermelo

Rejoinder to the heat-theoretic considerations of Mr. Zermelo

*Zermelo 1896b*

Ueber mechanische Erklärungen irreversibler Vorgänge.

Eine Antwort auf Hrn. Boltzmann's „Entgegnung“

On mechanical explanations of irreversible processes.

An answer to Mr. Boltzmann's "rejoinder"

*Boltzmann 1897*

Zu Hrn. Zermelo's Abhandlung „Über die mechanische Erklärung  
irreversibler Vorgänge“

On Mr. Zermelo's paper "On the mechanical explanation of  
irreversible processes"

*Zermelo 1899a*

Über die Bewegung eines Punktsystems bei Bedingungsungleichungen  
On the motion of a point system with constraint equations

*Zermelo 1899b*

Wie bewegt sich ein unausdehnbarer materieller Faden unter dem  
Einfluß von Kräften mit dem Potentiale  $W(x, y, z)$ ?

How does an inextensible material string move under the action  
of forces with potential  $W(x, y, z)$ ?

*Zermelo 1900*

Über die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung  
auf dynamische Systeme

On the application of probability calculus to dynamical systems

*Zermelo 1902a*

Hydrodynamische Untersuchungen über die Wirbelbewegungen  
in einer Kugeloberfläche

Hydrodynamical investigations of vortex motions in the surface  
of a sphere

*Zermelo s1902b*

Hydrodynamische Untersuchungen über die Wirbelbewegungen  
in einer Kugelfläche (Zweite Mitteilung)

Hydrodynamical investigations of vortex motions in the surface  
of a sphere (Second communication)

*Zermelo s1902c*

§5. Die absolute Bewegung

§5. The absolute movement

*Zermelo 1902d*

Zur Theorie der kürzesten Linien

On the theory of shortest lines

*Zermelo 1903*

Über die Herleitung der Differentialgleichung bei Variationsproblemen

On the derivation of the differential equation in variational problems

*Hahn and Zermelo 1904*

Weiterentwicklung der Variationsrechnung in den letzten Jahren

Further development of the calculus of variations in recent years

*Zermelo 1906*

Besprechung von *Gibbs 1902* and *Gibbs 1905*

Review of *Gibbs 1902* and *Gibbs 1905*

*Riesenfeld and Zermelo 1909*

Die Einstellung der Grenzkonzentration an der Trennungsfläche  
zweier Lösungsmittel

On the settling of the boundary concentration on the surface  
of separation of two solvents

*Zermelo 1928*

Die Berechnung der Turnier-Ergebnisse als ein Maximumproblem  
der Wahrscheinlichkeitsrechnung

The calculation of the results of a tournament as a problem in the  
calculus of probabilities

*Zermelo 1930c*

Über die Navigation in der Luft als Problem der Variationsrechnung

On navigation in the wind as a problem in the calculus of variations

*Zermelo 1931a*

Über das Navigationsproblem bei ruhender oder veränderlicher  
Windverteilung

On the navigation problem for a calm or variable wind distribution

*Zermelo 1933a*

Über die Bruchlinien zentrierter Ovale. Wie zerbricht ein Stück Zucker?

On the lines of fracture of central ovals. How does a piece of sugar  
break up?

Bibliography and Index