

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
1 Beurteilung von Messungsgrößen	1
1.1 Zufallsvariable	1
1.1.1 Messgrößen – Mittelwerte – Genauigkeiten	2
1.1.2 Mittelwert-Parameter	3
1.1.3 Genauigkeits-Maße	5
1.2 Einführung zu Messunsicherheiten	7
1.2.1 Als „Fehler“ zu bezeichnende Messabweichungen	8
1.2.2 Klassische Bewertung von Messunsicherheiten	10
1.3 Beschreibende Statistik	13
1.3.1 Häufigkeitsverteilung	13
1.3.2 Definition von Wahrscheinlichkeiten	16
1.3.3 Wahrscheinlichkeitsfunktionen	17
1.3.4 Gleichverteilung	19
1.3.5 Erwartungswerte	21
1.3.6 Rechnen mit Erwartungswerten	22
1.4 Der zweidimensionale Zufallsvektor	23
1.4.1 Definitionen	24
1.4.2 Kovarianz und Korrelation	24
1.4.3 Berechnung von Kovarianzen und Korrelation	27
1.5 Der m -dimensionale Zufallsvektor	31
1.5.1 Definitionen	31
1.5.2 Berechnung von Kovarianzen und Korrelationen	33
1.5.3 Erwartungswerte für Funktionen der Zufallsvariablen	34
1.6 Normalverteilung	36
1.6.1 Definition und Eigenschaften	36
1.6.2 Begründungen für die Normalverteilung	38
1.6.3 Standard-Normalverteilung	39
1.6.4 Dichtefunktion der zwei- und mehrdimensionalen Normalverteilung	42
1.7 Zeitabhängige Größen	43
1.7.1 Einführung zu Zeitreihen	43
1.7.2 Darstellung und Momente einer Zeitreihe	44
1.7.3 Autokovarianzfunktion	45

1.7.4	Einführung zu Stochastischen Prozessen	46
1.7.5	Stationäre Prozesse	48
2	Genauigkeitsmaße für abgeleitete und zusammengesetzte Größen	50
2.1	Einführung Varianz-Fortpflanzung	50
2.2	Varianz-Fortpflanzung für lineare Funktionen	51
2.2.1	Herleitung über wahre Residuen	51
2.2.2	Anwendungen: „Summe und Differenz“	53
2.2.3	Allgemeine Form des Varianz-Fortpflanzungs-Gesetzes	56
2.2.4	Anwendungen: Lineare Funktionen mit Korrelation	56
2.2.5	Arithmetisches Mittel bei Autokorrelation	60
2.3	Varianz-Fortpflanzung bei nichtlinearen Funktionen	62
2.3.1	Linearisierung	62
2.3.2	Varianz-Fortpflanzung nach Linearisierung	63
2.3.3	Alternative Formulierung	64
2.3.4	Hilfsmittel: Differenzen-Quotienten	65
2.3.5	Anwendungen: Nichtlineare Funktionen	66
2.4	Messunsicherheit nach GUM	72
2.4.1	Ausgangsüberlegungen	72
2.4.2	Methodischer Ansatz des GUM	73
2.4.3	Komponenten A und B	74
2.4.4	Abschätzung der Einzelunsicherheiten	76
2.4.5	Beispiel: Messunsicherheit nach GUM	78
2.4.6	Einschätzung des GUM	79
3	Konfidenzbereiche und statistische Tests	82
3.1	Vorbemerkung	82
3.2	Testverteilung	83
3.2.1	Die Chi-Quadrat-Verteilung (χ^2 -Verteilung)	84
3.2.2	Die Student-Verteilung (t -Verteilung)	86
3.2.3	Die Fisher-Verteilung (F -Verteilung)	88
3.2.4	Beziehungen zwischen F -, χ^2 - und t -Verteilung	89
3.2.5	Nichtzentralität einer Verteilung	90
3.3	Berechnung von Konfidenzbereichen	92
3.3.1	Konfidenzbereich für μ mit bekanntem σ^2	92
3.3.2	Konfidenzbereich für μ mit nicht bekanntem σ^2	95
3.3.3	Konfidenzbereich für die Varianz σ^2	96
3.4	Grundzüge der statistischen Testtheorie	98
3.4.1	Ausgangsüberlegung	98
3.4.2	Aufbau eines statistischen Tests	98
3.4.3	Fehlschluss 1. und 2. Art	99
3.4.4	Ein- und zweiseitige Fragestellung	100

3.5	Differenztest für zwei Mittelwerte	101
3.5.1	Testablauf bei bekannter Varianz σ^2	101
3.5.2	Testgüte	104
3.5.3	Testablauf bei geschätzter Varianz	105
3.6	Signifikanztest für zwei empirische Varianzen	110
4	Grundlagen der Ausgleichsrechnung	112
4.1	Ausgangsüberlegungen	112
4.1.1	Punktbestimmung in der Ebene	112
4.1.2	Funktionale Zusammenhänge – Regression	114
4.1.3	Transformation von Koordinaten	116
4.2	Konzepte zur Modellbildung	118
4.2.1	Messungsgrößen – Koordinaten/Parameter	118
4.2.2	Funktionales Modell	120
4.2.3	Linearisierung der Beobachtungsgleichungen	122
4.2.4	Stochastisches Modell	124
4.2.5	Koordinaten als Parameter in geodätischen Netzen	126
4.3	Die Methode der kleinsten Quadrate	129
4.3.1	Ausgleichungsansatz für ein Nivellementsnetz	129
4.3.2	Schätzprinzipien	132
4.3.3	Parameterschätzung für gleichgenaue Beobachtungen	132
4.3.4	Optimaleigenschaften des Ausgleichungsprinzips	134
4.3.5	Parameterschätzungen für Beobachtungen mit Kovarianz- informationen	137
4.3.6	Kovarianzmatrix für den Parametervektor $\hat{\mathbf{x}}$	140
4.3.7	Kovarianzmatrix für Funktionen der Parameter	141
4.3.8	Ablauf der Berechnung und Proben	142
4.4	Beispiele für Ausgleichungsaufgaben	147
4.4.1	Bestimmung eines Neupunktes	147
4.4.2	Beispiel Nivellementsnetz	153
4.4.3	Vermittelnde Ausgleichung eines Netzes	156
4.5	Beurteilung der Ausgleichungsansätze	162
4.5.1	Genauigkeitsniveau der Messungen	162
4.5.2	Zum Modellcharakter der Ausgleichungsansätze	165
4.5.3	Globaltest des Ausgleichungsmodells	167
4.5.4	Iterative Ausgleichung	170
5	Bedingungen und Restriktionen im Ausgleichungsmodell	172
5.1	Einführung und Begründung	172
5.2	Der Allgemeinfall der Ausgleichsrechnung	173
5.2.1	Aufstellen des funktionalen Modells	173

5.2.2	Lösung der Ausgleichungsaufgabe nach Lagrange	176
5.2.3	Genauigkeitsmaße und Kofaktormatrizen	178
5.3	Bedingte Ausgleichung	181
5.3.1	Aufstellen des funktionalen Modells	181
5.3.2	Lösungsalgorithmus	184
5.3.3	Funktionen der ausgeglichenen Beobachtungen	185
5.3.4	Beispiel: Ausgleichung eines Nivellementsnetzes	185
5.4	Restriktionen und Hypothesentests	188
5.4.1	Einführung	188
5.4.2	Allgemeine Form einer linearen Hypothese	188
5.4.3	Herleitung der Teststatistik	192
5.4.4	Implizite Hypothesenformulierung	195
5.5	Bedingungen als „fiktive Beobachtungen“	197
5.5.1	Allgemeiner Modellansatz	197
5.5.2	Rechtwinkelbedingungen als fiktive Beobachtungen	198
5.5.3	Geradheitsbedingungen als fiktive Beobachtungen	199
5.6	Koordinaten als fiktive Beobachtungen	200
6	Robuste Parameterschätzung	202
6.1	Einführung	202
6.2	Ausgangsbetrachtungen	203
6.2.1	Schätzfunktionen	203
6.2.2	Einflussfunktionen	204
6.2.3	Verlustfunktionen	206
6.3	Modellansätze der robusten Parameterschätzung	207
6.3.1	Das stochastische Modell	207
6.3.2	Herleitung der Schätzfunktion	208
6.3.3	M-Schätzer	210
6.3.4	L-Schätzer	212
6.3.5	LS-Norm-Schätzer	213
6.4	Eigenschaften robuster Schätzverfahren	214
6.4.1	Hebelpunkte/Hebelbeobachtungen	215
6.4.2	Bruchpunkte	218
6.4.3	Modifizierte M-Schätzer	218
6.5	Praktische Handhabung der modifizierten M-Schätzer	222
7	Datumsproblematik	224
7.1	Singuläre Ausgleichungsmodelle	224
7.1.1	Einführung	224
7.1.2	Pragmatische Lösung für ein Höhenetz	227
7.1.3	Datumsdefekte und freie Datumparameter	231
7.1.4	Konfigurationsdefekte	232

7.1.5	Pragmatische Lösung für ein Lagenetz	234
7.1.6	Lösung durch Spektralzerlegung	236
7.1.7	Beziehungen zwischen den Bedingungsgleichungen G und B	237
7.2	Datumsfreies Konzept	239
7.2.1	Ausgangsüberlegung	239
7.2.2	Einführung von Zusatzparametern	240
7.2.3	Datumsparameter aus Messgrößen in praktischen Netzen	245
7.2.4	Kombinierte Ausgleichung von terrestrischen und GPS-Messungen	247
7.3	Konzepte für Datumsfestlegungen in geodätischen Netzen	249
7.3.1	Zwangsfreie Lagerung	250
7.3.2	Gesamtspurminimierung	252
7.3.3	Teilspurminimierung	255
7.3.4	Hierarchische Ausgleichung	258
7.3.5	Weiche Lagerung	259
7.4	Lösung eines singulären Ausgleichungsproblems mit Bedingungen	260
7.4.1	Zusatzbedingungen im Modell der parametrischen Ausgleichung	260
7.4.2	Herleitung der Submatrizen	262
7.4.3	Optimaleigenschaften von $\mathbf{Q}_{11}$	264
7.4.4	Hauptlösung $\hat{\mathbf{x}}$	265
7.5	S-Transformation	266
7.5.1	Herleitung der S-Transformationen	266
7.5.2	Anwendung der S-Transformation für ein Höhennetz	268
8	Qualitätsbeurteilung	270
8.1	Der Begriff „Qualität“	270
8.2	Beurteilung der Genauigkeit	271
8.2.1	Ausgleichungsmodell und Kovarianzmatrix Σ_{xx}	271
8.2.2	Lokale Genauigkeitskriterien	274
8.2.3	Globale Genauigkeitskriterien	282
8.2.4	Kriteriumsmatrizen	286
8.3	Beurteilung der Zuverlässigkeit	290
8.3.1	Einführung in das Konzept der Zuverlässigkeit	290
8.3.2	Redundanzanteile und Ausreißertests	291
8.3.3	Minimal aufdeckbare Ausreißer	294
8.3.4	Teststatistik für zusätzliche Parameter	296
8.3.5	Eindimensionale Alternativhypothesen	300
8.3.6	Abstimmung des Testniveaus	302
8.3.7	Maße für die äußere Zuverlässigkeit	304

9	Spezielle Aspekte	307
9.1	Eliminieren von Parametern	307
9.1.1	Aufgabenstellung	307
9.1.2	Eliminierung durch Blockzerlegung	307
9.1.3	Mittlere Verbesserungsgleichung	310
9.1.4	Fingierte Verbesserungsgleichungen nach Schreiber	312
9.2	Einfügen weiterer Beobachtungen – Sequentielle Ausgleichung	314
9.2.1	Typische Aufgabenstellungen	314
9.2.2	Auswirkung auf das Ausgleichungsergebnis	315
9.3	Varianzkomponentenschätzung	318
9.3.1	Schätzung eines Varianzfaktors	321
9.3.2	Schätzung der einzelnen Varianzkomponenten	322
9.3.3	Praktischer Berechnungsablauf	323
9.4	Bestimmung von Näherungskordinaten	325
9.4.1	Problemstellung	325
9.4.2	Herkömmliche Ansätze für die Bestimmung von Näherungs- kordinaten	326
9.4.3	Spezielle Modelle: Direkter Ansatz	328
9.4.4	Strategie für 3D-Netze	330
9.5	Optimierung geodätischer Netze	331
9.5.1	Einführung in die Aufgabenstellung	331
9.5.2	Zielfunktionen und Restriktionen	334
9.5.3	Sequentielle Optimierungsstrategie	336
9.5.4	Optimierung der Zuverlässigkeit	339
9.5.5	Netzsimulation und Optimierung	340
10	Transformationen	342
10.1	Einleitung	342
10.2	Modelle für Koordinatentransformationen	343
10.2.1	Helmert-Transformation	343
10.2.2	Affin-Transformation	345
10.2.3	Polynomiale Transformation	346
10.2.4	Dreidimensionale Helmert-Transformation	346
10.3	Schätzung der Transformationsparameter	351
10.3.1	Schätzung der Parameter der Helmert-Transformation	351
10.3.2	Näherungswerte für die Parameterschätzung bei der 3D-Helmert-Transformation	355
10.3.3	Ausreißertests bei der Helmert-Transformation	360
10.3.4	Direkte Transformation von GPS-Datensätzen	361
10.3.5	Zweistufige Integration von GPS-Datensätzen	363
10.4	Robuste Transformationen	365
10.4.1	Allgemeines	365

10.4.2	L1-Schätzung	366
10.4.3	LMS-Schätzung	368
10.4.4	Modifizierter M-Schätzer (BIBER)	369
10.5	Nachbarschaftstreu Anpassung	369
10.5.1	Problemstellung	369
10.5.2	Maschenweise Affin-Transformation	370
10.5.3	Abstandsgewichte	372
10.5.4	Multiquadratische Interpolation	372
10.6	Numerisches Beispiel	373
10.6.1	Ausgangsdaten	373
10.6.2	Helmert-Transformation	374
10.6.3	Affin-Transformation	375
10.6.4	Maschenweise Affin-Transformation	376
10.6.5	L1-Helmert-Transformation	377
10.6.6	LMS-Schätzung	378
11	Aproximation von Funktionen – Regression	379
11.1	Einführung	379
11.2	Lineare Regression bei zwei Variablen	381
11.2.1	Ausgangsmodell	381
11.2.2	Parameterschätzung	382
11.2.3	Genauigkeitsabschätzung der linearen Regression	383
11.2.4	Numerische Lösung mit schwerpunktbezogenen Größen	384
11.2.5	Regression von x auf y	385
11.2.6	Beispiel: Regressionsgerade	386
11.3	Multiple lineare Regression	389
11.3.1	Ausgangsmodell und Skalen	389
11.3.2	Qualitative Merkmale	391
11.3.3	Nichtlinearitäten	391
11.3.4	Beispiel: Regressionsebene	393
11.4	Qualitätsbeurteilung der Regression	395
11.4.1	Bestimmtheitsmaß	395
11.4.2	Globaltest der Regressionsparameter	396
11.4.3	Signifikanztests für einzelne Parameter	398
11.4.4	Merkmalsabstand – Versuchsplanung	398
11.5	Orthogonale Regression	399
11.5.1	Modellansatz	399
11.5.2	Parameterschätzung	401
11.5.3	Beispiel Geradenapproximation mittels orthogonaler Approximation	403
11.5.4	Orthogonale Kreisapproximation	404
11.5.5	Beispiel Orthogonale Kreisapproximation	407

12 Interpolationsverfahren	409
12.1 Einführung	409
12.2 Deterministische Interpolationsmethoden	410
12.2.1 Gleitende Mittelbildung	411
12.2.2 Polynominterpolation	412
12.2.3 Spline-Interpolation	414
12.3 Dreiecksvermaschung	416
12.3.1 Delaunay-Triangulation	416
12.3.2 Oberflächenmodell	417
12.3.3 Thiessen-Polygone	419
12.4 Prädiktion nach kleinsten Quadraten	420
12.4.1 Einführung	420
12.4.2 Kovarianzfunktion	421
12.4.3 Modell und Parameterschätzung der Prädiktion	423
12.5 Kriging	426
12.5.1 Das Variogramm	426
12.5.2 Kriging-Interpolation	428
12.5.3 Numerisches Beispiel zum Kriging	430
13 Kongruenzuntersuchungen	433
13.1 Geometrische Veränderungen	433
13.2 Deformationsmodelle	434
13.3 Kongruenztest bei 2 Epochen	436
13.3.1 Ausgangssituation	436
13.3.2 Globaler Kongruenztest für zwei Epochen	438
13.3.3 Implizite Hypothesenformulierung	441
13.3.4 Berücksichtigung einer unterschiedlichen Konfiguration	441
13.4 Bestimmung der Verschiebungen	444
13.4.1 Referenzpunkte	444
13.4.2 Lokalisierung von Einzelpunktverschiebungen	446
13.5 Beispiel für eine Kongruenzanalyse	450
13.6 Weitergehende Betrachtungen	457
14 Kalman-Filterung	458
14.1 Zeitlich ablaufende Prozesse	458
14.2 Bewegungen von Körpern im Raum	459
14.3 Berechnungsablauf der diskreten Kalman-Filterung	462
14.3.1 Ausgangsbeziehungen	462
14.3.2 Bestimmung des Schätzwertes zum Zeitpunkt k	463
14.3.3 Praktischer Ablauf	465
14.4 Verträglichkeit der Innovation mit der Systemgleichung	466

14.5 Beispiel: Bewegungsmodell eines Fahrzeugs	467
14.6 Weitergehende Betrachtungen	469
A Tafeln der Verteilungen	471
Literatur	477
Index	489