

# Inhaltsverzeichnis

## Vorwort

v

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Wo braucht man Statistik? . . . . .	1
1.2 Was macht man mit Statistik? . . . . .	10
1.3 Was steht am Anfang? . . . . .	12
1.3.1 Statistische Einheiten, Merkmale und Gesamtheiten . . . . .	13
1.3.2 Merkmalstypen . . . . .	14
Stetige und diskrete Merkmale . . . . .	15
Skalen . . . . .	15
Quantitative und qualitative Merkmale . . . . .	17
1.4 Wie gewinnt man Daten? . . . . .	18
1.4.1 Elemente der Versuchsplanung . . . . .	19
1.4.2 Datengewinnung und Erhebungsarten . . . . .	21
Einfache Zufallsstichproben . . . . .	22
Geschichtete Zufallsstichproben . . . . .	23
Klumpenstichprobe . . . . .	23
Mehrstufige Auswahlverfahren . . . . .	24
Bewusste Auswahlverfahren . . . . .	24
Studiendesigns . . . . .	25
1.5 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	25
1.6 Statistische Software . . . . .	26
1.7 Aufgaben . . . . .	27
<b>2 Univariate Deskription und Exploration von Daten</b>	<b>29</b>
2.1 Verteilungen und ihre Darstellungen . . . . .	29
2.1.1 Häufigkeiten . . . . .	30
2.1.2 Grafische Darstellungen . . . . .	32
Stab- und Kreisdiagramme . . . . .	32
Stamm-Blatt-Diagramme . . . . .	34
Histogramme . . . . .	38
Unimodale und multimodale Verteilungen . . . . .	43
Symmetrie und Schiefe . . . . .	44
2.1.3 Kumulierte Häufigkeitsverteilung und empirische Verteilungsfunktion . . . . .	45

2.2	Beschreibung von Verteilungen . . . . .	48
2.2.1	Lagemaße . . . . .	49
	Arithmetisches Mittel . . . . .	49
	Das getrimmte und das winsorisierte Mittel . . . . .	51
	Median . . . . .	52
	Modus . . . . .	53
	Berechnung der Lagemaße bei gruppierten Daten . . . . .	55
	Lageregeln . . . . .	56
	Das geometrische Mittel . . . . .	57
	Das harmonische Mittel . . . . .	59
2.2.2	Quantile und Box-Plot . . . . .	59
2.2.3	Standardabweichung, Varianz und Variationskoeffizient . . . . .	64
2.2.4	Maßzahlen für Schiefe und Wölbung . . . . .	69
2.3	Konzentrationsmaße . . . . .	71
2.3.1	Relative Konzentration: Lorenzkurve und Gini-Koeffizient . . . . .	72
	Lorenzkurve aus den geordneten Daten . . . . .	72
	Lorenzkurve bei gruppierten Daten . . . . .	75
	Gini-Koeffizient . . . . .	76
2.3.2	Alternative Konzentrationsmaße . . . . .	78
	Konzentrationsrate $CR_g$ . . . . .	78
	Herfindahl-Index . . . . .	79
2.4	Dichtekurven und Normalverteilung . . . . .	80
2.4.1	Dichtekurven . . . . .	80
2.4.2	Normalverteilungen . . . . .	83
	*Normal-Quantil-Plots . . . . .	87
*2.4.3	Approximation von Dichtekurven . . . . .	91
2.5	Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	94
2.6	Univariate Datenanalyse mit R . . . . .	96
2.6.1	Verteilungen und ihre Darstellungen . . . . .	97
2.6.2	Beschreibung von Verteilungen . . . . .	98
2.6.3	Konzentrationsmaße . . . . .	100
2.6.4	Dichtekurven und Normalverteilung . . . . .	100
2.7	Aufgaben . . . . .	101
<b>3</b>	<b>Multivariate Deskription und Exploration</b>	<b>105</b>
3.1	Diskrete und gruppierte Merkmale . . . . .	105
3.1.1	Zweidimensionale Daten: Die Kontingenztabelle . . . . .	105
3.1.2	Bedingte Häufigkeiten . . . . .	110
3.2	Zusammenhangsanalyse in Kontingenztabellen . . . . .	113
3.2.1	Chancen und relative Chancen . . . . .	113
3.2.2	Kontingenz- und $\chi^2$ -Koeffizient . . . . .	115
3.3	Grafische Darstellungen quantitativer Merkmale . . . . .	120
3.3.1	Streudiagramm . . . . .	121

3.3.2 Zweidimensionale Histogramme und Dichten . . . . .	122
3.3.3 Mehrdimensionale Darstellungen . . . . .	124
3.4 Zusammenhangsmaße bei metrischen Merkmalen . . . . .	126
3.4.1 Empirischer Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson . . . . .	126
3.4.2 Spearmans Korrelationskoeffizient . . . . .	133
3.4.3 Alternative Rangkorrelationsmaße . . . . .	136
3.4.4 Invarianzeigenschaften . . . . .	138
3.5 Korrelation und Kausalität . . . . .	140
3.6 Regression . . . . .	144
3.6.1 Das lineare Regressionsmodell . . . . .	144
3.6.2 Die Berechnung der Ausgleichsgeraden . . . . .	145
3.6.3 Bestimmtheitsmaß und Residualanalyse . . . . .	149
*3.6.4 Nichtlineare Regression . . . . .	155
3.7 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	156
3.8 Multivariate Deskription mit <i>R</i> . . . . .	158
3.8.1 Diskrete und gruppierte Daten . . . . .	158
3.8.2 Zusammenhangsanalyse in Kontingenztabellen . . . . .	160
3.8.3 Grafische Darstellungen quantitativer Merkmale . . . . .	160
3.8.4 Zusammenhangsmaße bei metrischen Merkmalen . . . . .	161
3.8.5 Regression . . . . .	161
3.9 Aufgaben . . . . .	162
<b>4 Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> . . . . .	<b>165</b>
4.1 Definition und Begriff der Wahrscheinlichkeit . . . . .	166
4.1.1 Mengen und Mengenoperationen . . . . .	167
4.1.2 Zufallsereignisse . . . . .	170
4.1.3 Wahrscheinlichkeiten . . . . .	172
4.2 Zur empirischen Interpretation von Wahrscheinlichkeiten . . . . .	177
4.2.1 Die Laplace-Wahrscheinlichkeit . . . . .	178
4.2.2 Objektive Wahrscheinlichkeiten als Grenzwert relativer Häufigkeiten . . . . .	181
4.2.3 Subjektive Wahrscheinlichkeiten . . . . .	183
4.3 Zufallsstichproben und Kombinatorik . . . . .	184
4.3.1 Modell mit Zurücklegen . . . . .	184
4.3.2 Modell ohne Zurücklegen . . . . .	185
4.3.3 Permutationen . . . . .	186
4.3.4 Modell ohne Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge . . . . .	187
4.4 Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	190
4.5 Unabhängigkeit von zwei Ereignissen . . . . .	193
4.6 Totale Wahrscheinlichkeit . . . . .	196
4.7 Der Satz von Bayes . . . . .	198
4.8 Unendliche Grundgesamtheiten . . . . .	203
4.9 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	205
4.10 Aufgaben . . . . .	206

<b>5 Diskrete Zufallsvariablen</b>	<b>209</b>
5.1 Zufallsvariablen . . . . .	209
5.2 Verteilungen und Parameter von diskreten Zufallsvariablen . . . . .	212
5.2.1 Definition und Verteilung . . . . .	212
Diskrete Gleichverteilung . . . . .	218
Geometrische Verteilung . . . . .	219
5.2.2 Unabhängigkeit von diskreten Zufallsvariablen . . . . .	222
5.2.3 Lageparameter, Quantile und Streuungsparameter einer diskreten Verteilung .	225
Erwartungswert . . . . .	225
Weitere Lageparameter . . . . .	230
Varianz und Standardabweichung . . . . .	231
5.3 Spezielle diskrete Verteilungsmodelle . . . . .	234
5.3.1 Die Binomialverteilung . . . . .	235
5.3.2 Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	240
5.3.3 Die Poisson-Verteilung . . . . .	242
5.4 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	245
5.5 Diskrete Verteilungen in R . . . . .	247
5.6 Aufgaben . . . . .	248
<b>6 Stetige Zufallsvariablen</b>	<b>251</b>
6.1 Definition und Verteilung . . . . .	251
Unabhängigkeit von stetigen Zufallsvariablen . . . . .	256
Exponentialverteilung . . . . .	260
6.2 Lageparameter, Quantile und Varianz von stetigen Zufallsvariablen . . . . .	262
Erwartungswert . . . . .	262
Modus . . . . .	265
Median und Quantile . . . . .	265
Varianz . . . . .	267
Standardisierung von Zufallsvariablen . . . . .	269
Symmetrie und Schiefe . . . . .	269
6.3 Spezielle stetige Verteilungsmodelle . . . . .	271
6.3.1 Die Normalverteilung . . . . .	271
Quantile . . . . .	274
6.3.2 Die logarithmische Normalverteilung . . . . .	278
6.3.3 Chi-Quadrat-, Student- und Fisher-Verteilung . . . . .	279
Die Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	279
Die Student-Verteilung . . . . .	280
Die Fisher-Verteilung . . . . .	281
6.4 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	283
6.5 Stetige Zufallsvariablen in R . . . . .	284
6.6 Aufgaben . . . . .	285

<b>7 Mehr über Zufallsvariablen und Verteilungen</b>	<b>289</b>
7.1 Gesetz der großen Zahlen und Grenzwertsätze . . . . .	289
7.1.1 Das Gesetz der großen Zahlen und der Hauptsatz der Statistik . . . . .	291
7.1.2 Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	293
7.2 Approximation von Verteilungen . . . . .	296
*7.3 Zufallszahlen und Simulation . . . . .	298
*7.4 Einige Ergänzungen . . . . .	300
7.4.1 Zufallsvariablen als Abbildungen . . . . .	301
7.4.2 Verteilungsfunktion und ihre Eigenschaften . . . . .	302
7.4.3 Ungleichung von Tschebyscheff . . . . .	304
7.4.4 Maßzahlen für Schiefe und Wölbung . . . . .	306
7.5 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	307
7.6 Zufallszahlen mit R . . . . .	307
7.7 Aufgaben . . . . .	309
<b>8 Mehrdimensionale Zufallsvariablen</b>	<b>311</b>
8.1 Begriff mehrdimensionaler Zufallsvariablen . . . . .	311
8.2 Zweidimensionale diskrete Zufallsvariablen . . . . .	313
8.3 Zweidimensionale stetige Zufallsvariablen . . . . .	319
8.4 Unabhängigkeit von Zufallsvariablen . . . . .	321
8.5 Kovarianz und Korrelation . . . . .	323
8.6 Die zweidimensionale Normalverteilung . . . . .	330
8.7 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	333
8.8 Die zweidimensionale Normalverteilung in R . . . . .	334
8.9 Aufgaben . . . . .	334
<b>9 Parameterschätzung</b>	<b>337</b>
9.1 Punktschätzung . . . . .	338
9.2 Eigenschaften von Schätzstatistiken . . . . .	340
9.2.1 Erwartungstreue . . . . .	340
9.2.2 Erwartete mittlere quadratische Abweichung und Konsistenz . . . . .	343
9.2.3 Wirksamste Schätzstatistiken . . . . .	346
9.3 Konstruktion von Schätzfunktionen . . . . .	348
9.3.1 Maximum Likelihood-Schätzung . . . . .	348
9.3.2 Kleinstes-Quadrat-Schätzung . . . . .	351
9.3.3 Bayes-Schätzung . . . . .	351
9.4 Intervallschätzung . . . . .	356
9.4.1 Konfidenzintervalle für Erwartungswert und Varianz . . . . .	358
9.4.2 Konfidenzintervalle für den Anteilswert . . . . .	362
9.5 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	363
9.6 Konfidenzintervalle in R . . . . .	364
9.7 Aufgaben . . . . .	366

<b>10 Testen von Hypothesen</b>	<b>369</b>
10.1 Der Binomial- und der Gauß-Test . . . . .	369
10.1.1 Der exakte Binomialtest . . . . .	372
10.1.2 Der approximative Binomialtest . . . . .	375
10.1.3 Der Gauß-Test . . . . .	378
10.2 Prinzipien des Testens . . . . .	381
10.2.1 Fehlentscheidungen . . . . .	384
10.2.2 Statistische Tests und Konfidenzintervalle . . . . .	386
10.2.3 Überschreitungswahrscheinlichkeit . . . . .	387
10.2.4 Gütfunktion . . . . .	389
*Multiple Testprobleme . . . . .	395
10.3 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	396
10.4 Aufgaben . . . . .	397
<b>11 Spezielle Testprobleme</b>	<b>399</b>
11.1 Ein-Stichproben-Fall . . . . .	400
11.1.1 Tests zu Lagealternativen . . . . .	401
11.1.2 Anpassungstests . . . . .	409
11.2 Vergleiche aus unabhängigen Stichproben . . . . .	417
11.2.1 Tests zu Lagealternativen . . . . .	418
11.2.2 $\chi^2$ -Homogenitätstest . . . . .	423
11.2.3 Exakter Test von Fisher . . . . .	426
11.3 Vergleiche aus verbundenen Stichproben . . . . .	428
11.4 Zusammenhangsanalyse . . . . .	428
11.4.1 $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest . . . . .	429
11.4.2 Korrelation bei metrischen Merkmalen . . . . .	431
11.5 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	433
11.6 Tests mit $R$ . . . . .	434
11.7 Aufgaben . . . . .	435
<b>12 Regressionsanalyse</b>	<b>437</b>
12.1 Lineare Einfachregression . . . . .	438
12.1.1 Das Modell der linearen Einfachregression . . . . .	438
12.1.2 Schätzen, Testen und Prognose . . . . .	441
Schätzen . . . . .	441
Testen . . . . .	445
Prognose . . . . .	448
12.1.3 Residualanalyse . . . . .	449
12.2 Multiple lineare Regression . . . . .	450
12.2.1 Das multiple lineare Regressionsmodell . . . . .	453
12.2.2 Schätzen, Testen und Prognose . . . . .	454
Schätzen . . . . .	455
Testen . . . . .	457
Prognose . . . . .	460

---

*12.2.3 Multiple lineare Regression in Matrixnotation . . . . .	461
12.3 Binäre Regression . . . . .	463
*12.4 Nichtlineare und nichtparametrische Regression . . . . .	465
12.5 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	468
12.6 Regressionsanalysen mit R . . . . .	470
12.6.1 Einfache lineare Regression . . . . .	470
12.6.2 Multiple lineare Regression . . . . .	472
12.6.3 Weitere Regressionsmodelle . . . . .	473
12.7 Aufgaben . . . . .	474
<b>13 Varianzanalyse</b>	<b>477</b>
13.1 Einfaktorielle Varianzanalyse . . . . .	478
Modellformulierung (I) . . . . .	479
Modellformulierung (II) . . . . .	480
13.2 Zweifaktorielle Varianzanalyse mit festen Effekten . . . . .	486
Modellformulierung (I) . . . . .	488
Modellformulierung (II) . . . . .	488
13.3 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	498
13.4 Aufgaben . . . . .	499
<b>14 Zeitreihen</b>	<b>503</b>
14.1 Indizes . . . . .	507
14.2 Komponentenmodelle . . . . .	509
14.3 Globale Regressionsansätze . . . . .	511
14.3.1 Trendbestimmung . . . . .	511
14.3.2 Bestimmung der Saisonkomponente . . . . .	513
14.4 Lokale Ansätze . . . . .	516
14.4.1 Trendbestimmung . . . . .	516
Gleitende Durchschnitte . . . . .	516
Lokale Regression . . . . .	517
*Spline-Glättung . . . . .	518
14.4.2 Bestimmung der Saisonkomponente . . . . .	520
Gleitende Durchschnitte und lokale Regression . . . . .	520
*Spline-Glättung . . . . .	523
14.5 Zusammenfassung und Bemerkungen . . . . .	523
14.6 Zeitreihenanalyse mit R . . . . .	524
14.7 Aufgaben . . . . .	525

---

<b>15 Einführung in R</b>	<b>529</b>
15.1 R als Taschenrechner . . . . .	529
15.2 Grundlegende Datenstrukturen in R . . . . .	532
15.2.1 Vektoren . . . . .	532
15.2.2 Matrizen und Datensätze . . . . .	533
15.2.3 Listen . . . . .	536
15.2.4 Arrays . . . . .	537
15.2.5 Mehr zu Faktorvariablen . . . . .	538
15.2.6 Mehr zur Indizierung . . . . .	539
15.3 Funktionen und mathematische Konstanten . . . . .	540
15.3.1 Statistische Funktionen . . . . .	540
15.3.2 Weitere praktische mathematische Funktionen . . . . .	540
15.3.3 Mathematische Konstanten . . . . .	541
15.3.4 Eigene Funktionen in R . . . . .	541
15.4 Datenverarbeitung . . . . .	542
15.4.1 Sortieren . . . . .	542
15.4.2 Ränge bilden . . . . .	543
15.4.3 Duplikate und eindeutige Werte, Minimum und Maximum finden . . . . .	543
15.4.4 Diskretisierung numerischer Variablen . . . . .	544
15.5 Verteilungen und Zufallsvariablen . . . . .	545
15.6 Grafiken . . . . .	545
15.7 Weiterführende Hinweise . . . . .	546
<b>Tabellen</b>	<b>547</b>
A Standardnormalverteilung . . . . .	547
B Binomialverteilung . . . . .	548
C $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	556
D Students t-Verteilung . . . . .	557
E F-Verteilung . . . . .	558
F Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test . . . . .	562
G Wilcoxon-Rangsummen-Test . . . . .	564
<b>Literatur</b>	<b>565</b>
<b>Verzeichnis der Beispiele</b>	<b>569</b>
<b>Sachregister</b>	<b>575</b>